

L8-30 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 8. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gợi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy nháp, bút và thước; thêm ê ke hoặc compa khi bài yêu cầu dựng hình.

Cách tổ chức: Đọc giả thiết và thứ tự tên các đỉnh. Hình vẽ minh họa dữ kiện; không đo hình trên màn hình để thay chứng minh.

Cách tổ chức: Tự làm trước khi mở hướng dẫn. Ghi căn cứ của mỗi kết luận; khi dựng hình hoặc viết chứng minh dài, dùng thêm giấy riêng.

Lưu ý: Chấp nhận cách chứng minh khác nếu đủ giả thiết và đúng thứ tự đối tượng tương ứng.

Lưu ý: Kiểm điều kiện áp dụng trước khi tính. Một hình vẽ hoặc vài số đo gần bằng không chứng minh kết luận tổng quát.

Bài 1. Hình thang cân và góc kề một đáy

Mục tiêu: Hình thang cân và góc kề một đáy.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB. Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Nếu góc A = góc B = 70° thì hai góc C, D đều bằng 110° , vì các góc trong cùng phía trên mỗi cạnh bên có tổng 180° .

1. Trong hình thang ABCD ở hình, $AB \parallel CD$ và góc A = góc B. Hai góc nào kề đáy AB? Vì sao đây là hình thang cân?

Đáp án / ghi nhận: Hai góc DAB và ABC kề đáy AB. Chúng bằng nhau theo giả thiết nên ABCD là hình thang cân theo định nghĩa.

Bài 1 (tiếp)

2. Hình thang cân ABCD có $AB \parallel CD$ và góc $A = 65^\circ$. Tính các góc B, C, D.

Đáp án / ghi nhận: $B = 65^\circ$; $D = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$; $C = 115^\circ$.

3. ABCD là hình thang với $AB \parallel CD$, góc $C =$ góc $D = 105^\circ$. Chứng minh hai góc A, B bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: $A + D = 180^\circ$ và $B + C = 180^\circ$ do hai đáy song song. Vì $C = D$ nên $A = B = 75^\circ$.

4. Theo quy ước đã nêu, hình chữ nhật có phải hình thang cân không? Giải thích bằng góc và tính song song.

Đáp án / ghi nhận: Có. Các cạnh đối song song và hai góc kề bất kỳ cạnh đáy nào đều bằng 90° . Không đòi hai đáy có độ dài khác nhau.

Bài 2. Giải thích hai cạnh bên bằng nhau

Mục tiêu: Giải thích hai cạnh bên bằng nhau.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB. Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Một bước hỗ trợ chỉ dùng kiến thức lớp 7: trong tứ giác có hai cặp cạnh đối song song, kẻ một đường chéo. Hai tam giác hai bên đường chéo bằng nhau theo góc-cạnh-góc nhờ các góc so le trong; suy ra các cạnh đối bằng nhau. Bước này chưa dùng dấu hiệu hình thang cân.

1. Trong hình phụ, $AB \parallel CD$ và $EC \parallel AD$, E nằm giữa A, B. Chứng minh $AD = EC$ bằng đường chéo AC.

Đáp án / ghi nhận: Trong tứ giác AECD, $AE \parallel CD$ và $AD \parallel EC$. Hai tam giác AEC, CDA có góc $EAC = DCA$, góc $ECA = DAC$ và cạnh AC chung. Chúng bằng nhau theo góc-cạnh-góc, nên $EC = AD$.

2. Thêm giả thiết góc $DAB =$ góc ABC . Giải thích vì sao tam giác EBC cân.

Đáp án / ghi nhận: Vì $EC \parallel AD$ và E nằm giữa A, B, góc $CEB = DAB$, còn góc $EBC = ABC$. Hai góc ở E, B bằng nhau nên $EC = BC$. Đây là dấu hiệu tam giác cân đã học ở lớp 7.

Bài 2 (tiếp)

3. Từ hai nhiệm vụ trước, suy ra hệ thức giữa hai cạnh bên của hình thang cân; nếu $AD = 7,5$ cm thì BC bằng bao nhiêu?

Đáp án / ghi nhận: $AD = EC = BC$, nên $BC = 7,5$ cm. Căn cứ là hai tam giác bằng nhau và tam giác cân, không phải hình trông đối xứng.

4. Nêu cách xử lý trường hợp hai đáy của hình thang cân bằng nhau khi chứng minh $AD = BC$; tránh dùng tam giác EBC bị suy biến.

Đáp án / ghi nhận: Nếu $AB = CD$, kẻ AC . $AB = CD$, AC chung và góc $BAC = DCA$ do $AB \parallel CD$ nên tam giác BAC bằng tam giác DCA theo cạnh-góc-cạnh, suy ra $BC = AD$. Nếu hai đáy khác nhau, đổi tên hai đáy để $AB > CD$ rồi dùng hình phụ ở trên: giao E của đường qua C song song AD với đường AB nằm trên đoạn AB và $AE = CD < AB$.

Bài 3. Giải thích hai đường chéo bằng nhau

Mục tiêu: Giải thích hai đường chéo bằng nhau.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với $ABCD$ theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB . Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Sau khi biết $AD = BC$, xét hai tam giác DAB, CBA : có $AD = BC$, AB chung và góc $DAB = CBA$. Trường hợp cạnh-góc-cạnh suy ra $DB = CA$. Vì vậy hai đường chéo của hình thang cân bằng nhau.

1. $ABCD$ là hình thang cân, $AB \parallel CD$. Ghi đúng ba cặp yếu tố để so tam giác DAB với CBA theo cạnh-góc-cạnh.

Đáp án / ghi nhận: $DA = CB$, $AB = BA$ và góc $DAB = CBA$. Thứ tự tương ứng là $D \leftrightarrow C, A \leftrightarrow B, B \leftrightarrow A$.

2. Từ hai tam giác ở nhiệm vụ 1, cạnh DB tương ứng cạnh nào? Nếu $AC = 12$ cm, tìm BD .

Đáp án / ghi nhận: DB tương ứng CA , nên $BD = AC = 12$ cm.

Bài 3 (tiếp)

3. Một hình thang cân có $AC = 3x + 1$ cm và $BD = 2x + 6$ cm. Tìm x và độ dài mỗi đường chéo.

Đáp án / ghi nhận: $3x + 1 = 2x + 6$, nên $x = 5$. Hai đường chéo đều dài 16 cm.

4. Bạn chỉ nói “hai đường chéo trùng nhau trên hình” để kết luận $AC = BD$. Hãy thay bằng lập luận đủ căn cứ.

Đáp án / ghi nhận: Từ hình thang cân suy ra $AD = BC$ và góc $DAB = CBA$. Kết hợp AB chung, tam giác DAB, CBA bằng nhau theo cạnh-góc-cạnh; do đó $AC = BD$.

Bài 4. Tính góc và độ dài trong hình thang cân

Mục tiêu: Tính góc và độ dài trong hình thang cân.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với $ABCD$ theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB . Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Khi tìm một đại lượng, chỉ dùng tính chất có đủ giả thiết. Hai cạnh bên bằng nhau và hai đường chéo bằng nhau là kết luận của hình thang cân; các góc đối không nhất thiết bằng nhau.

1. Hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và góc $D = 120^\circ$. Tính ba góc còn lại.

Đáp án / ghi nhận: $C = 120^\circ$; $A = B = 60^\circ$.

2. Hai cạnh bên của hình thang cân có độ dài $2x + 3$ cm và $5x - 6$ cm. Tìm x và kiểm độ dài dương.

Đáp án / ghi nhận: $2x + 3 = 5x - 6$ nên $x = 3$; cả hai cạnh bên dài 9 cm > 0 .

3. $ABCD$ cân với $AB \parallel CD$, hai đáy 10 cm và 6 cm, cạnh $AD = 5$ cm. Tính chu vi.

Đáp án / ghi nhận: $BC = AD = 5$ cm, nên chu vi bằng $10 + 6 + 5 + 5 = 26$ cm.

4. Trong một hình thang cân có góc $A = 75^\circ$, bạn viết góc $C = 75^\circ$ vì “hai góc đối bằng nhau”. Sửa kết luận.

Đáp án / ghi nhận: $A = B = 75^\circ$, còn $C = D = 105^\circ$. Hai góc đối của hình thang cân ở đây bù nhau, không bằng nhau.

Bài 5. Phân biệt giả thiết và kết luận tính chất

Mục tiêu: Phân biệt giả thiết và kết luận tính chất.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB. Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Một tính chất đi từ “hình thang cân” đến kết luận về cạnh, góc hoặc đường chéo. Đối chiếu một mệnh đề cần dấu hiệu đã chứng minh; không tự đối chiếu chỉ vì công thức trông đối xứng.

1. Tách giả thiết và kết luận trong mệnh đề: “Nếu ABCD là hình thang cân có $AB \parallel CD$ thì $AC = BD$ ”.

Đáp án / ghi nhận: Giả thiết: ABCD là hình thang cân, $AB \parallel CD$. Kết luận: $AC = BD$.

2. Hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AD = BC = 5$ cm. Riêng điều này có đủ kết luận cân theo quy ước ít nhất một cặp cạnh đối song song không?

Đáp án / ghi nhận: Không. Một hình bình hành không phải hình chữ nhật vẫn có hai cạnh bên $AD = BC$ nhưng hai góc kề đáy khác nhau. Ở đây cần thêm dấu hiệu phù hợp; không dùng riêng cạnh bên bằng nhau.

3. ABCD là hình thang cân và $AC = 9$ cm. Viết một chuỗi suy luận để tìm BD, không dựa vào đo hình.

Đáp án / ghi nhận: Tính chất đường chéo của hình thang cân đã được chứng minh bằng hai tam giác bằng nhau: $BD = AC = 9$ cm.

4. Tự nêu một hình thang cân theo bộ góc A, B, C, D rồi kiểm hai cặp góc trong cùng phía.

Đáp án / ghi nhận: Một ví dụ: $80^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 100^\circ$ với $AB \parallel CD$. $A = B$, $C = D$; $A + D = B + C = 180^\circ$. Cần dựng hình có hai đáy song song; bộ số góc tự nó chưa chỉ ra một hình đã dựng.