

L8-31 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 8. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gọi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy nháp, bút và thước; thêm ê ke hoặc compa khi bài yêu cầu dựng hình.

Cách tổ chức: Đọc giả thiết và thứ tự tên các đỉnh. Hình vẽ minh họa dữ kiện; không đo hình trên màn hình để thay chứng minh.

Cách tổ chức: Tự làm trước khi mở hướng dẫn. Ghi căn cứ của mỗi kết luận; khi dựng hình hoặc viết chứng minh dài, dùng thêm giấy riêng.

Lưu ý: Chấp nhận cách chứng minh khác nếu đủ giả thiết và đúng thứ tự đối tượng tương ứng.

Lưu ý: Kiểm điều kiện áp dụng trước khi tính. Một hình vẽ hoặc vài số đo gần bằng không chứng minh kết luận tổng quát.

Bài 1. Nhận hình thang cân từ hai góc đáy

Mục tiêu: Nhận hình thang cân từ hai góc đáy.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB. Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Nếu đã biết $AB \parallel CD$, chỉ cần chứng minh góc $DAB = ABC$ để nhận ra hình thang cân. Điều kiện hai đáy song song phải có trong giả thiết hoặc được suy ra trước.

1. ABCD là hình thang với $AB \parallel CD$, góc A = góc B = 72° . Có kết luận cân được không?

Đáp án / ghi nhận: Có. Hai góc kề đáy AB bằng nhau nên ABCD là hình thang cân.

Bài 1 (tiếp)

2. $AB \parallel CD$ và góc $C = \text{góc } D = 110^\circ$. Suy ra hai góc A, B rồi kết luận loại hình thang.

Đáp án / ghi nhận: $A = B = 70^\circ$ do các góc trong cùng phía bù nhau; ABCD là hình thang cân.

3. Một tứ giác lồi có hai góc bằng nhau. Chỉ như vậy đã đủ kết luận hình thang cân chưa?

Đáp án / ghi nhận: Chưa. Cần xác lập một cặp cạnh đối song song làm hai đáy và hai góc bằng nhau phải kề cùng một đáy. Hai góc bằng nhau bất kỳ không đủ.

4. ABCD lồi, góc $A + \text{góc } D = 180^\circ$ và góc $A = \text{góc } B$. Chứng minh ABCD là hình thang cân với hai đáy AB, CD .

Đáp án / ghi nhận: Hai góc A, D trong cùng phía theo cát tuyến AD bù nhau nên $AB \parallel CD$. Khi đó hai góc A, B kề đáy AB bằng nhau, vì vậy ABCD cân.

Bài 2. Nhận hình thang cân từ đường chéo

Mục tiêu: Nhận hình thang cân từ đường chéo.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB . Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Để giải thích dấu hiệu hai đường chéo bằng nhau, qua B kẻ $BE \parallel AC$ cắt tia DC tại E ở ngoài C . Tứ giác ABEC có hai cặp cạnh đối song song nên $BE = AC$, bằng lập luận hai tam giác góc-cạnh-góc đã nêu ở mô-đun 30. Nếu $AC = BD$ thì tam giác BDE cân.

1. Ở hình phụ, $AB \parallel CD$, $BE \parallel AC$ và D, C, E theo thứ tự trên một đường thẳng. Giải thích $BE = AC$ mà không viện dẫn tính chất hình thang cân.

Đáp án / ghi nhận: $AB \parallel CE$ và $AC \parallel BE$. Hai tam giác ABC, ECB có góc $ABC = ECB$, góc $ACB = EBC$ và BC chung, nên bằng nhau theo góc-cạnh-góc. Do đó $AC = EB$.

2. Giả sử thêm $AC = BD$. Từ tam giác BDE, suy ra góc $BDC = ACD$.

Đáp án / ghi nhận: $BE = AC = BD$ nên tam giác BDE cân, có góc $BDE = BED$. Vì D, C, E thẳng hàng theo thứ tự và $BE \parallel AC$, hai góc đó lần lượt bằng BDC và ACD .

Bài 2 (tiếp)

3. Dùng kết quả góc $BDC = ACD$ và $AB \parallel CD$ để chứng minh hai tam giác ABD, BAC bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: $AB \parallel CD$ suy ra góc $ABD = BDC$ và góc $BAC = ACD$, nên góc $ABD = BAC$. Hai tam giác ABD, BAC còn có AB chung và $BD = AC$; chúng bằng nhau theo cạnh-góc-cạnh.

4. Hoàn tất kết luận dấu hiệu từ hai tam giác ở nhiệm vụ 3; nêu đủ giả thiết của dấu hiệu.

Đáp án / ghi nhận: Suy ra góc $DAB = CBA$. Vì $AB \parallel CD$ nên $ABCD$ là hình thang và hai góc kề đáy AB bằng nhau; do đó cân. Dấu hiệu cần một hình thang và hai đường chéo bằng nhau, không chỉ một tứ giác tùy ý có đường chéo bằng nhau.

Bài 3. Kiểm đủ điều kiện trước khi dùng dấu hiệu

Mục tiêu: Kiểm đủ điều kiện trước khi dùng dấu hiệu.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với $ABCD$ theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB . Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Với dấu hiệu đường chéo, phải kiểm trước $ABCD$ là hình thang. Một tứ giác có hai đường chéo bằng nhau chưa bắt buộc có cạnh đối song song.

1. $ABCD$ lồi có $AB \parallel CD$ và $AC = BD = 13$ cm. Nêu dấu hiệu áp dụng và kết luận.

Đáp án / ghi nhận: $ABCD$ là hình thang có hai đường chéo bằng nhau, nên là hình thang cân.

2. $ABCD$ lồi có $AB \parallel CD$, $AC = 2x + 1$ cm và $BD = 3x - 2$ cm. Với $x = 3$ có nhận được hình thang cân không?

Đáp án / ghi nhận: Với $x = 3$, $AC = BD = 7$ cm > 0 . Vì đã biết $AB \parallel CD$, dấu hiệu đường chéo cho biết $ABCD$ cân.

3. Bạn biết $AC = BD$ nhưng chưa biết cặp cạnh nào song song. Hãy chỉ ra giả thiết còn thiếu trước khi dùng dấu hiệu.

Đáp án / ghi nhận: Còn thiếu việc $ABCD$ là hình thang: phải có một cặp cạnh đối song song làm hai đáy. Không thể dùng kết luận cân để suy ngược tính song song đang thiếu.

Bài 3 (tiếp)

4. Một hình thang có $AB \parallel CD$, $AC = 10$ cm, $BD = 11$ cm. Có thể là hình thang cân không?

Đáp án / ghi nhận: Không. Nếu cân thì hai đường chéo phải bằng nhau theo tính chất đã chứng minh; $10 \neq 11$ nên giả thiết cân dẫn đến mâu thuẫn.

Bài 4. Dựng ví dụ và bác bỏ suy luận thiếu giả thiết

Mục tiêu: Dựng ví dụ và bác bỏ suy luận thiếu giả thiết.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với ABCD theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB. Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Để bác bỏ một dấu hiệu thiếu giả thiết, phải đưa ra hình thỏa tất cả dữ kiện đã nêu nhưng không thỏa kết luận. Số đo được kiểm bằng dựng hình hoặc lập luận; nhìn hình chỉ giúp chọn ví dụ.

1. Trên giấy riêng, dựng hình bình hành ABCD có $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm và góc A = 60° . Hai cạnh bên AD, BC bằng nhau nhưng hình thang có cân không?

Đáp án / ghi nhận: $AD = BC = 4$ cm. Góc B = 120° do $AD \parallel BC$ và AB là cát tuyến. Vì hai góc kề đáy AB là $60^\circ, 120^\circ$ nên không cân theo định nghĩa. Dùng song song để kiểm góc, không chỉ đo gần đúng.

2. Trong hình ở nhiệm vụ 1, mệnh đề “hình thang có hai cạnh bên bằng nhau thì cân” thiếu điều kiện nào khiến ví dụ này chưa bị loại?

Đáp án / ghi nhận: Với quy ước hình thang có ít nhất một cặp cạnh đối song song, mệnh đề không loại hình bình hành không vuông. Vì vậy riêng hai cạnh bên bằng nhau không phải dấu hiệu đủ. Có thể dùng góc đáy hoặc đường chéo bằng nhau thay thế.

3. Trên giấy riêng, dựng $A(-2;0), B(0;1), C(3;0), D(0;-4)$ trên lưới đơn vị rồi nối theo thứ tự A, B, C, D. Hai đường chéo AC, BD dài bao nhiêu?

Đáp án / ghi nhận: AC nằm trên trục hoành, dài $3 - (-2) = 5$; BD nằm trên trục tung, dài $1 - (-4) = 5$. Đây là tứ giác lồi: các đỉnh B, D nằm hai phía AC và các đỉnh A, C nằm hai phía BD, hai đường chéo gặp nhau ở bên trong.

Bài 4 (tiếp)

4. Với bộ tọa độ ở nhiệm vụ 3, dùng hệ số góc để kiểm có cặp cạnh đối nào song song không. Bộ này bác bỏ suy luận nào?

Đáp án / ghi nhận: Hệ số góc $AB = 1/2, CD = 4/3$ nên AB không song song CD ; $BC = -1/3, AD = -2$ nên BC không song song AD . Hai đường chéo bằng nhau nhưng $ABCD$ không phải hình thang, do đó không phải hình thang cân. Bộ này bác bỏ suy luận bỏ giả thiết hình thang khi chỉ biết hai đường chéo bằng nhau.

Bài 5. Trình bày một lập luận nhận biết hình thang cân

Mục tiêu: Trình bày một lập luận nhận biết hình thang cân.

Ví dụ đã giải: Ở mô-đun này, hình thang là tứ giác lồi có ít nhất một cặp cạnh đối song song. Với $ABCD$ theo thứ tự quanh biên và $AB \parallel CD$, AB, CD là hai đáy; góc A là góc DAB . Hình thang cân có hai góc kề một đáy bằng nhau; hình chữ nhật được bao gồm. Một chứng minh nhận biết thường có ba bước: xác định cặp cạnh song song, chọn đúng dấu hiệu và nêu kết luận. Khi đủ kiện đã có hai đường chéo bằng nhau, không cần tính thêm tất cả các cạnh bên.

1. $ABCD$ lồi, $AB \parallel CD$ và góc $A = 3x + 5$ độ, góc $B = 5x - 25$ độ. Tìm x để $ABCD$ cân và kiểm các góc hợp lệ.

Đáp án / ghi nhận: $3x + 5 = 5x - 25$ nên $x = 15$. $A = B = 50^\circ$; $C = D = 130^\circ$, đều nằm giữa 0° và 180° . Do hai góc kề đáy bằng nhau, hình thang cân.

2. $ABCD$ lồi, $AB \parallel CD$ và $AC = BD$. Viết chứng minh ngắn gọn dựa trên dấu hiệu đã giải thích.

Đáp án / ghi nhận: $ABCD$ là hình thang vì $AB \parallel CD$. Hai đường chéo AC, BD bằng nhau theo giả thiết, nên dấu hiệu đường chéo suy ra hình thang cân.

3. Một tứ giác lồi có $AB \parallel CD$, góc $A = 75^\circ$ và góc $C = 105^\circ$. Hãy tìm góc B và kết luận.

Đáp án / ghi nhận: $B + C = 180^\circ$ do $AB \parallel CD$, nên $B = 75^\circ = A$. Hai góc kề đáy AB bằng nhau, vì vậy $ABCD$ cân.

4. Bạn dùng “ $AC = BD$ vì $ABCD$ cân” rồi dùng “ $ABCD$ cân vì $AC = BD$ ” trong cùng chứng minh mà chưa có đủ kiện ban đầu nào. Chỉ ra lỗi.

Đáp án / ghi nhận: Lập luận quay vòng: cả hai mệnh đề đều chưa được xác lập từ giả thiết. Phải bắt đầu bằng đủ kiện đã cho, chẳng hạn một cặp cạnh song song và hai đường chéo bằng nhau, rồi mới áp dụng dấu hiệu.