

L8-33 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 8. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gọi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy, bút, thước và êke; hình cho sẵn chỉ cung cấp các dữ kiện được nêu. Không lấy chiều dài trên màn hình làm số đo cm.

Cách tổ chức: Ghi giả thiết và kết luận; xác định đúng thứ tự đỉnh của tứ giác lồi.

Cách tổ chức: Khi chứng minh, nêu cặp tam giác, dữ kiện tương ứng và trường hợp bằng nhau hoặc quan hệ song song được dùng.

Cách tổ chức: Tự vẽ hoặc dựng khi đề yêu cầu; kiểm điều kiện của dấu hiệu trước khi kết luận.

Lưu ý: Tách tính chất của một hình đã biết với dấu hiệu dùng để nhận biết hình.

Lưu ý: Đối chiếu từng giả thiết; một hình trông giống không thay chứng minh.

Bài 1. Nhận biết từ hai cặp cạnh đối song song

Mục tiêu: Nhận biết từ hai cặp cạnh đối song song.

Ví dụ đã giải: Để nhận biết ABCD là hình bình hành bằng định nghĩa, phải xác nhận AB song song CD và AD song song BC. Quan hệ song song có thể được chứng minh từ góc so le trong bằng nhau.

1. Cho tứ giác lồi ABCD với AB song song CD và AD song song BC. Viết kết luận và lí do.

Đáp án / ghi nhận: ABCD là hình bình hành theo định nghĩa đủ hai cặp cạnh đối song song.

2. Nếu AC cắt hai cặp cạnh và biết $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$, hãy chứng minh ABCD là hình bình hành.

Đáp án / ghi nhận: Cặp góc thứ nhất suy AB song song CD; cặp thứ hai suy BC song song AD theo dấu hiệu góc so le trong. Đủ hai cặp.

Bài 1 (tiếp)

3. Một hình chỉ có AB song song CD và một cặp góc kề bù do hai đường đó. Có thể kết luận thêm AD song song BC không?

Đáp án / ghi nhận: Không; dữ kiện góc ấy có thể chỉ lập hệ quả của một cặp song song. Cần chứng minh cặp cạnh còn lại.

4. Tự dựng tứ giác bằng hai cặp đường thẳng song song và ghi thứ tự đỉnh để có hình lồi. Viết hai dòng xác nhận dấu hiệu.

Đáp án / ghi nhận: Có bốn giao điểm theo thứ tự quanh hình; hai cặp cạnh đối nằm trên các cặp đường đã dựng song song. Không lấy bốn điểm thẳng hàng.

Bài 2. Nhận biết từ hai cặp cạnh đối bằng nhau

Mục tiêu: Nhận biết từ hai cặp cạnh đối bằng nhau.

Ví dụ đã giải: Cho tứ giác lồi ABCD có $AB=CD$ và $BC=DA$. Kẻ AC; tam giác ABC và CDA bằng nhau theo cạnh-cạnh-cạnh. Các góc tương ứng suy ra AB song song CD và BC song song AD; do đó ABCD là hình bình hành.

1. Nêu ba cặp cạnh tương ứng để chứng minh $ABC \cong CDA$ khi $AB=CD$ và $BC=DA$.

Đáp án / ghi nhận: $AB=CD, BC=DA, AC=CA$; trường hợp cạnh-cạnh-cạnh.

2. Từ $ABC \cong CDA$ ở nhiệm vụ 1, chọn hai cặp góc và chứng minh hai cặp cạnh đối song song.

Đáp án / ghi nhận: $\angle BAC = \angle DCA$ suy AB song song CD; $\angle BCA = \angle DAC$ suy BC song song AD. Kết luận hình bình hành.

3. Tứ giác lồi có $AB=7, BC=4, CD=7, DA=4$ (cm). Nhận biết hình bình hành và tính chu vi.

Đáp án / ghi nhận: Hai cặp cạnh đối bằng nhau nên là hình bình hành; chu vi 22 cm. Không cần biết hai cạnh kề có bằng nhau.

4. Một bạn chỉ biết $AB=BC$ và $CD=DA$ rồi dùng dấu hiệu hai cặp cạnh đối bằng nhau. Chỉ ra lỗi về cặp cạnh.

Đáp án / ghi nhận: AB, BC là hai cạnh kề; CD, DA cũng kề. Dữ kiện không phải $AB=CD, BC=DA$, nên chưa dùng được dấu hiệu.

Bài 3. Nhận biết từ một cặp cạnh đối song song và bằng nhau

Mục tiêu: Nhận biết từ một cặp cạnh đối song song và bằng nhau.

Ví dụ đã giải: Cho AB song song CD và $AB=CD$ trong tứ giác lồi ABCD. Kẻ BD. Tam giác ABD và CDB có $AB=CD, BD$ chung, $\angle ABD = \angle CDB$; do đó bằng nhau theo cạnh-góc-cạnh. Suy ra $\angle ADB = \angle CBD$, nên AD song song BC.

Bài 3 (tiếp)

1. Nêu góc xen giữa AB, BD và CD, DB cần dùng trong hai tam giác ABD, CDB ; giải thích chúng bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: $\angle ABD$ và $\angle CDB$ bằng nhau do AB song song CD và BD là cát tuyến.

2. Hoàn thiện chứng minh từ AB song song $CD, AB=CD$ đến $ABCD$ là hình bình hành, ghi rõ cặp tam giác và trường hợp bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: $ABD \cong CDB$ theo cạnh–góc–cạnh với $AB=CD, BD$ chung, góc $ABD=CDB$. Suy $\angle ADB=\angle CBD$ nên AD song song BC . Kết hợp AB song song CD được hình bình hành.

3. Tứ giác lồi $ABCD$ có AD song song BC và $AD=BC$. Có dùng được cùng dấu hiệu đủ cặp cho trước khác AB, CD không? Giải thích.

Đáp án / ghi nhận: Có; một cặp cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau, ở đây AD, BC . Đổi tên đỉnh hoặc chứng minh tương tự với đường chéo.

4. Chỉ biết AB song song CD và $AD=BC$. Vì sao không phải dấu hiệu “một cặp cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau”?

Đáp án / ghi nhận: Hai tính chất nằm trên hai cặp khác nhau: song song là AB, CD ; bằng nhau là AD, BC . Không đủ áp dụng dấu hiệu đã nêu; hình thang cân không là hình bình hành là ví dụ.

Bài 4. Nhận biết từ hai đường chéo chia đôi nhau

Mục tiêu: Nhận biết từ hai đường chéo chia đôi nhau.

Ví dụ đã giải: Nếu hai đường chéo tứ giác lồi $ABCD$ cắt tại O với $AO=OC$ và $BO=OD$, hai tam giác AOB, COD bằng nhau theo cạnh–góc–cạnh nhờ góc đối đỉnh. Suy AB song song CD . Xét AOD, COB tương tự suy AD song song BC .

1. Nêu góc bằng nhau cần dùng khi so tam giác AOB và COD với $AO=OC, BO=OD$.

Đáp án / ghi nhận: $\angle AOB=\angle COD$ là góc đối đỉnh; đó là góc xen giữa hai cặp cạnh bằng nhau.

2. Từ $AOB \cong COD$, giải thích vì sao AB song song CD . Tiếp tục với AOD, COB để kết luận hình bình hành.

Đáp án / ghi nhận: $\angle ABO=\angle CDO$ nên AB song song CD ; $AOD \cong COB$ theo cạnh–góc–cạnh nên $\angle ADO=\angle CBO$, suy AD song song BC . Hai cặp song song đủ kết luận.

Bài 4 (tiếp)

3. Tứ giác lồi có hai đường chéo cắt tại O, $AO=4, OC=4, BO=6, OD=6(\text{cm})$. Có là hình bình hành không? AC và BD có cần bằng nhau không?

Đáp án / ghi nhận: Có vì mỗi đường chéo bị chia đôi; $AC=8, BD=12$ khác nhau vẫn hợp lệ.

4. Nếu chỉ $AO=OC$ mà $BO \neq OD$, có đủ áp dụng dấu hiệu không? Nêu giả thiết còn thiếu.

Đáp án / ghi nhận: Không; phải có thêm $BO=OD$ để cả hai đường chéo chia đôi nhau.

Bài 5. Chọn và kiểm dấu hiệu phù hợp

Mục tiêu: Chọn và kiểm dấu hiệu phù hợp.

Ví dụ đã giải: Dấu hiệu nhận biết được chọn theo dữ kiện đang có. Sau khi chứng minh hình bình hành mới được dùng tính chất của nó; không lấy điều đang cần chứng minh làm giả thiết.

1. Dữ kiện $AO=OC, BO=OD$ với O là giao đường chéo tứ giác lồi gợi dấu hiệu nào? Viết kết luận.

Đáp án / ghi nhận: Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường; suy tứ giác là hình bình hành.

2. Tứ giác lồi có $AB=CD$ và $AD=BC$. Một bạn viết “vì là hình bình hành nên cạnh đối bằng nhau” để chứng minh hình bình hành. Sửa lập luận.

Đáp án / ghi nhận: Lập luận vòng. Phải dùng dấu hiệu hai cặp cạnh đối bằng nhau, đã chứng minh bằng cạnh-cạnh-cạnh ở bài 2.

3. Tự tạo một bộ dữ kiện đủ và một bộ thiếu cho dấu hiệu “một cặp cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau”. Nêu rõ sự khác biệt.

Đáp án / ghi nhận: Đủ: AB song song $CD, AB=CD$; thiếu: AB song song $CD, AD=BC$. Cùng một cặp phải có cả hai tính chất.

4. Cho tứ giác lồi ABCD, O là giao đường chéo, $AO=2x+1, OC=9, BO=3y-2, OD=10$. Tìm x, y để nhận biết hình bình hành bằng đường chéo.

Đáp án / ghi nhận: $2x+1=9, 3y-2=10$ nên $x=4, y=4$; khi đó $AO=OC, BO=OD$. Vị trí và tính lồi đã được giả thiết.