

L8-35 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 8. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gọi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy, bút, thước và êke; hình cho sẵn chỉ cung cấp các dữ kiện được nêu. Không lấy chiều dài trên màn hình làm số đo cm.

Cách tổ chức: Ghi giả thiết và kết luận; xác định đúng thứ tự đỉnh của tứ giác lồi.

Cách tổ chức: Khi chứng minh, nêu cặp tam giác, dữ kiện tương ứng và trường hợp bằng nhau hoặc quan hệ song song được dùng.

Cách tổ chức: Tự vẽ hoặc dựng khi đề yêu cầu; kiểm điều kiện của dấu hiệu trước khi kết luận.

Lưu ý: Tách tính chất của một hình đã biết với dấu hiệu dùng để nhận biết hình.

Lưu ý: Đối chiếu từng giả thiết; một hình trông giống không thay chứng minh.

Bài 1. Hình thoi và quan hệ với hình bình hành

Mục tiêu: Hình thoi và quan hệ với hình bình hành.

Ví dụ đã giải: Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau. Hai cặp cạnh đối vì thế bằng nhau, nên theo dấu hiệu đã chứng minh, hình thoi là hình bình hành. Các đường chéo của nó chia đôi nhau; tính vuông góc sẽ được giải thích riêng.

1. ABCD là hình thoi. Viết bốn cạnh bằng nhau và giải thích vì sao có thể coi nó là hình bình hành.

Đáp án / ghi nhận: $AB=BC=CD=DA$; có $AB=CD$ và $BC=DA$, nên là hình bình hành theo dấu hiệu hai cặp cạnh đối bằng nhau.

2. Hình thoi có một cạnh 5 cm. Tính chu vi và nêu giả thiết đã dùng.

Đáp án / ghi nhận: Bốn cạnh cùng 5 cm nên chu vi 20 cm. Dùng định nghĩa hình thoi, không chỉ dùng cạnh đối của hình bình hành.

Bài 1 (tiếp)

3. O là giao hai đường chéo hình thoi. Nói AO, OC và BO, OD có quan hệ gì từ tính chất hình bình hành.

Đáp án / ghi nhận: $AO=OC$ và $BO=OD$ vì hình thoi là hình bình hành. Chưa từ đó tự suy $AC=BD$.

4. Một hình bình hành có bốn góc vuông nhưng hai cạnh kề 3 cm và 5 cm. Nó có phải hình thoi không? Giải thích bằng định nghĩa.

Đáp án / ghi nhận: Không; hai cạnh kề khác nhau nên không có bốn cạnh bằng nhau. Đây là hình chữ nhật không là hình thoi.

Bài 2. Giải thích hai đường chéo vuông góc

Mục tiêu: Giải thích hai đường chéo vuông góc.

Ví dụ đã giải: Trong hình thoi ABCD, gọi O là giao đường chéo. Có $AB=AD$, $BO=DO$ và AO chung, nên tam giác AOB, AOD bằng nhau theo cạnh-cạnh-cạnh. Suy $\angle AOB=\angle AOD$; hai góc kề bù nên đều 90° . Vậy AC vuông góc BD.

1. Trong hình thoi, nêu ba cặp cạnh của AOB và AOD dùng để giải thích đường chéo vuông góc.

Đáp án / ghi nhận: $AB=AD$ theo hình thoi; $BO=DO$ theo hình bình hành; AO chung.

2. Từ $\angle AOB \cong \angle AOD$, chứng minh góc AOB bằng 90° ; phải nêu vì sao hai góc có tổng 180° .

Đáp án / ghi nhận: Góc $\angle AOB=\angle AOD$ theo tam giác bằng nhau; B, O, D thẳng hàng, hai tia OB, OD đối nhau nên tổng 180° . Mỗi góc 90° , suy AC vuông góc BD.

3. Nếu hai đường chéo hình thoi cắt tại O, $AO=6$ cm, $BO=4$ cm, hãy nêu độ dài AC, BD và góc AOB.

Đáp án / ghi nhận: $AC=12$ cm, $BD=8$ cm; góc $\angle AOB=90^\circ$. Hai đường chéo không nhất thiết bằng nhau.

4. Bạn viết “hình bình hành có đường chéo chia đôi nhau nên chúng vuông góc”. Chỉ ra phần giả thiết của hình thoi còn cần trong chứng minh ở ví dụ.

Đáp án / ghi nhận: Cần $AB=AD$ để có ba cặp cạnh của AOB, AOD bằng nhau. Hình bình hành bất kì không bảo đảm hai cạnh kề này bằng nhau.

Bài 3. Giải thích đường chéo chia đôi góc

Mục tiêu: Giải thích đường chéo chia đôi góc.

Ví dụ đã giải: Trong hình thoi, tam giác ABC và ADC có $AB=AD, BC=DC, AC$ chung nên bằng nhau theo cạnh-cạnh-cạnh. Suy $\angle BAC=\angle CAD$ và $\angle BCA=\angle ACD$: AC chia đôi góc A, C. Xét BAD, BCD tương tự cho BD.

1. Nêu ba cặp cạnh để chứng minh $ABC \cong ADC$ trong hình thoi ABCD.

Đáp án / ghi nhận: $AB=AD, BC=DC$ theo bốn cạnh bằng nhau; AC chung.

2. Từ $ABC \cong ADC$, viết hai cặp góc chứng tỏ AC là phân giác góc A và góc C.

Đáp án / ghi nhận: $\angle BAC=\angle CAD; \angle BCA=\angle ACD$. AC đi bên trong hai góc của tứ giác lồi nên chia đôi từng góc.

3. Tự xét tam giác BAD và BCD để giải thích BD chia đôi góc B và góc D.

Đáp án / ghi nhận: $BA=BC, AD=CD, BD$ chung nên $BAD \cong BCD$ theo cạnh-cạnh-cạnh. Suy $\angle ABD=\angle DBC$ và $\angle ADB=\angle BDC$.

4. Hình thoi có góc $A=80^\circ$. Tính góc BAC và góc ABD.

Đáp án / ghi nhận: $BAC=40^\circ$ vì AC chia đôi góc A. Góc B $=100^\circ$ do kề bù, $ABD=50^\circ$ vì BD chia đôi góc B.

Bài 4. Nhận hình thoi từ hình bình hành

Mục tiêu: Nhận hình thoi từ hình bình hành.

Ví dụ đã giải: Cho hình bình hành ABCD có AC vuông góc BD tại O. Vì $BO=DO, AO$ chung và hai góc AOB, AOD bằng 90° , hai tam giác ấy bằng nhau theo cạnh-góc-cạnh; suy $AB=AD$. Kết hợp các cạnh đối bằng nhau, bốn cạnh bằng nhau nên là hình thoi.

1. Với hình bình hành có đường chéo vuông góc, nêu đủ kiện cạnh và góc để so AOB, AOD.

Đáp án / ghi nhận: AO chung; $BO=DO; \angle AOB=\angle AOD=90^\circ$. Dùng cạnh-góc-cạnh.

2. Hoàn thiện bước từ $AOB \cong AOD$ đến kết luận hình thoi, nêu rõ tính chất hình bình hành.

Đáp án / ghi nhận: Suy $AB=AD$. Lại $AB=CD$ và $AD=BC$ nên $AB=BC=CD=DA$; tứ giác là hình thoi.

Bài 4 (tiếp)

3. Một hình bình hành có hai cạnh kề $AB=BC=7$ cm. Có là hình thoi không? Giải thích không cần xét góc.

Đáp án / ghi nhận: Có; $AB=CD, BC=DA$ theo hình bình hành, kết hợp $AB=BC$ nên cả bốn cạnh 7 cm.

4. Một tứ giác chỉ có hai đường chéo vuông góc, chưa biết là hình bình hành. Nêu giả thiết còn thiếu để dùng dấu hiệu ở ví dụ.

Đáp án / ghi nhận: Cần đã là hình bình hành, hoặc bổ sung hai đường chéo chia đôi nhau để chứng minh hình bình hành trước. Vuông góc đơn thuần chưa đủ.

Bài 5. Vận dụng và kiểm dấu hiệu hình thoi

Mục tiêu: Vận dụng và kiểm dấu hiệu hình thoi.

Ví dụ đã giải: Tính chất được dùng sau khi đã biết hình thoi; dấu hiệu được dùng để kết luận một hình bình hành là hình thoi. Một đường chéo chỉ chia đôi đường còn lại chưa đủ thay cho cả hai đường chéo chia đôi nhau.

1. Tứ giác lồi ABCD có hai đường chéo cắt tại O, $AO=OC, BO=OD$ và AC vuông góc BD. Viết hai bước nhận biết hình thoi.

Đáp án / ghi nhận: Hai đường chéo chia đôi nhau suy hình bình hành; thêm vuông góc suy hình thoi.

2. Hình thoi có góc $B=120^\circ$. Tính góc A, góc ABD và góc BAC.

Đáp án / ghi nhận: $A=60^\circ$; $ABD=60^\circ$; $BAC=30^\circ$. Dùng góc kề bù và phân giác đường chéo.

3. Tự dựng AC dài 8 cm, lấy trung điểm O; qua O dựng đường vuông góc, lấy B, D ở hai phía với $OB=OD=3$ cm. Nối A, B, C, D. Giải thích hình thoi rồi đo bốn cạnh để kiểm.

Đáp án / ghi nhận: Hai đường chéo chia đôi nhau và vuông góc nên hình thoi. Có số đo thật bốn cạnh xấp xỉ nhau; phép đo không thay chứng minh. Không yêu cầu tính cạnh khi chưa dùng Pythagore.

4. Một bạn kết luận hình thoi có đường chéo bằng nhau vì cả hai đều chia đôi góc. Chỉ ra điều chưa được chứng minh và một ví dụ dựng có đường chéo 8 cm, 6 cm.

Đáp án / ghi nhận: Chia đôi góc không suy độ dài hai đường chéo bằng nhau. Hình dựng theo nhiệm vụ 3 có $AC=8, BD=6$, vẫn là hình thoi theo hai dấu hiệu đủ.