

L8-39 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 8. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gọi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Bài 1, 2, 3: Giấy, bút, thước thẳng; ê ke khi cần dựng đường song song.

Cách tổ chức: Đọc vị trí điểm và giả thiết song song trước khi lập tỉ số. Không dùng số đo pixel của hình trên màn hình.

Cách tổ chức: Tự làm trước khi mở hướng dẫn. Ghi căn cứ của đẳng thức; bài dựng hoặc chứng minh có thể làm tiếp trên giấy riêng.

Lưu ý: Độ dài các đoạn trong tỉ số đều dương vì các điểm chia nằm trong cạnh.

Lưu ý: Đo một hình giúp kiểm cách dựng; chứng minh tổng quát cần đủ giả thiết và suy luận.

Bài 1. Tính đoạn trên hai cạnh của tam giác

Mục tiêu: Tính đoạn trên hai cạnh của tam giác.

Ví dụ đã giải: Cho M trong AB, N trong AC và $MN \parallel BC$. Nếu $AM = 3$ cm, $MB = 2$ cm, $AN = 6$ cm thì $AM/MB = AN/NC$, nên $3/2 = 6/NC$. Nhân chéo được $3NC = 12$; do đó $NC = 4$ cm và $AC = 10$ cm. Kiểm lại $3/2 = 6/4$; đoạn còn lại không được nhầm với toàn cạnh.

1. M trong AB, N trong AC, $MN \parallel BC$; $AM = 2$ cm, $MB = 3$ cm, $AN = 4$ cm. Viết phương trình tìm NC rồi tính.

Đáp án / ghi nhận: $2/3 = 4/NC$; $2NC = 12$, nên $NC = 6$ cm.

2. Với cùng vị trí và giả thiết song song, $AM = 5$ cm, $MB = 7$ cm, $NC = 14$ cm. Tính AN và AC.

Đáp án / ghi nhận: $5/7 = AN/14$ nên $AN = 10$ cm. $AC = 10 + 14 = 24$ cm.

Bài 1 (tiếp)

3. Trong tam giác ABC, $MN \parallel BC$ với M,N trong AB,AC; $AM = 2x + 1$ cm, $MB = x + 2$ cm, $AN = 6$ cm, $NC = 4$ cm. Tìm x và kiểm các đoạn dương.

Đáp án / ghi nhận: $(2x + 1)/(x + 2) = 6/4$. Nhân chéo: $8x + 4 = 6x + 12$ nên $x = 4$. $AM = 9$ cm, $MB = 6$ cm đều dương; $9/6 = 6/4$. Mẫu $x + 2$ khác 0 tại nghiệm.

4. Bạn dùng $3/5 = 6/NC$ khi $AM = 3$ cm, $MB = 5$ cm, $AN = 6$ cm, $MN \parallel BC$ và M,N trong hai cạnh. Bạn tìm $NC = 10$ cm. Hãy kiểm kết quả và tính AC; giải thích vì sao NC không phải 16 cm.

Đáp án / ghi nhận: $3/5 = 6/10$ nên $NC = 10$ cm đúng. $AC = AN + NC = 6 + 10 = 16$ cm. Số 16 là toàn cạnh AC, còn NC là đoạn còn lại sau AN.

Bài 2. Phân biệt tỉ số phần đoạn và toàn cạnh

Mục tiêu: Phân biệt tỉ số phần đoạn và toàn cạnh.

Ví dụ đã giải: Từ $AM/MB = 2/3$ suy ra $AM/AB = 2/(2 + 3) = 2/5$, vì $AB = AM + MB$. Nếu $AC = 20$ cm và $MN \parallel BC$ thì $AN/AC = 2/5$, nên $AN = 8$ cm, $NC = 12$ cm. Một tỉ số phải giữ cùng kiểu đoạn ở cả hai cạnh: phần đầu/phần còn lại hoặc phần đầu/toàn cạnh.

1. M,N nằm trong AB,AC và $MN \parallel BC$. Biết $AM/MB = 3/4$. Tìm AM/AB và MB/AB .

Đáp án / ghi nhận: $AM/AB = 3/7$, $MB/AB = 4/7$. Có thể đặt $AM = 3k$, $MB = 4k$ với $k > 0$ để thấy $AB = 7k$.

2. M,N nằm trong hai cạnh và $MN \parallel BC$; $AM = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AC = 25$ cm. Tính MB, AN, NC.

Đáp án / ghi nhận: $MB = 10 - 4 = 6$ cm; $AN/25 = 4/10$ nên $AN = 10$ cm; $NC = 15$ cm.

3. M,N nằm trong hai cạnh và $MN \parallel BC$. Biết $AM/AB = 3/8$. Bạn suy $AM/MB = 3/5$. Hãy sửa và kiểm bằng một bộ độ dài.

Đáp án / ghi nhận: $AM/MB = 3/(8 - 3) = 3/5$. Ví dụ $AM = 3$ cm, $AB = 8$ cm thì $MB = 5$ cm; $3/5$ khác $3/8$.

Bài 2 (tiếp)

4. Tự tạo một ví dụ có $MN \parallel BC$, $AM/MB = 1/2$ và $AC = 18$ cm. Chọn độ dài AM , MB rồi tìm AN , NC ; kiểm cả hai dạng tỉ số.

Đáp án / ghi nhận: Một ví dụ: $AM = 3$ cm, $MB = 6$ cm, $AB = 9$ cm; $AN = 6$ cm, $NC = 12$ cm. Khi dựng tam giác có hai cạnh $AB = 9$ cm, $AC = 18$ cm rồi lấy M, N với các độ dài này, Thalès đảo bảo đảm $MN \parallel BC$. Có $AM/MB = AN/NC = 1/2$ và $AM/AB = AN/AC = 1/3$.

Bài 3. Tính độ dài từ dữ kiện song song

Mục tiêu: Tính độ dài từ dữ kiện song song.

Ví dụ đã giải: Có thể áp dụng Thalès nhiều lần mà vẫn giữ cùng đỉnh. Nếu A, M, P, B theo thứ tự, A, N, Q, C theo thứ tự và $MN \parallel PQ \parallel BC$, thì $AM/AB = AN/AC$ và $AP/AB = AQ/AC$. Sau khi tìm các đoạn tính từ A , mới trừ để có $MP = AP - AM$, $NQ = AQ - AN$. Không tự dùng tỉ số độ dài MN/BC ở bài này; định lí đã chứng minh đang so các đoạn trên hai cạnh.

1. Ở hình, viết hai đẳng thức tỉ số toàn cạnh ứng với hai đường MN và PQ , cùng lấy đỉnh A .

Đáp án / ghi nhận: $AM/AB = AN/AC$ và $AP/AB = AQ/AC$, lần lượt do $MN \parallel BC$ và $PQ \parallel BC$.

2. A, M, P, B theo thứ tự, A, N, Q, C theo thứ tự; $MN \parallel PQ \parallel BC$. Biết $AB = 20$ cm, $AC = 28$ cm, $AM = 5$ cm, $AP = 15$ cm. Tính AN , AQ và NQ .

Đáp án / ghi nhận: $AN = 28 \times 5/20 = 7$ cm; $AQ = 28 \times 15/20 = 21$ cm. $NQ = 21 - 7 = 14$ cm.

3. M, N trong AB, AC ; $MN \parallel BC$; $AM = 4$ cm, $MB = 6$ cm, $AN = x + 1$ cm, $NC = 9$ cm. Tìm x rồi kiểm $AN < AC$.

Đáp án / ghi nhận: $4/6 = (x + 1)/9$ nên $x + 1 = 6$, $x = 5$. $AN = 6$ cm, $AC = 15$ cm, nên $0 < AN < AC$. Kiểm $4/6 = 6/9$.

4. Bạn biết $MN \parallel BC$ và $AM/AB = 2/5$, rồi ghi ngay $MN/BC = 2/5$ bằng “Thalès thuận đã chứng minh”. Hãy xác định điều đã được chứng minh trong mô-đun 38 và sửa lời giải để tìm AN khi $AC = 30$ cm.

Đáp án / ghi nhận: Mô-đun 38 đã chứng minh các tỉ số trên AB, AC : $AM/AB = AN/AC$, không đưa MN/BC vào kết luận đã chứng minh. Do đó $AN/30 = 2/5$ và $AN = 12$ cm. Quan hệ với đoạn ngang cần một chứng minh bổ sung; không dùng như tiền đề ở đây.

Bài 4. Mô hình đo khoảng cách bằng Thalès

Mục tiêu: Mô hình đo khoảng cách bằng Thalès.

Chuẩn bị: Giấy trắng đủ lớn, bút chì, thước chia milimét và ê ke; thêm một tờ ghi kết quả. Hoạt động chỉ thực hiện trên giấy, không yêu cầu ra đường hoặc tới nơi khó tiếp cận.

Ví dụ đã giải: Một mô hình đo trên giấy: vẽ tam giác ABC; M nằm trong AB; qua M kẻ $MN \parallel BC$, N thuộc AC. Đo được AM, AB, AN mà tạm chưa đo toàn AC. Từ $AN/AC = AM/AB$, suy $AC = AN \times AB/AM$. Ví dụ các độ dài giả định AM = 4 cm, AB = 12 cm, AN = 5 cm cho AC = 15 cm. Đây là tính toán theo mô hình, chưa phải số đo đã thực hiện. Một hoạt động đo phải ghi riêng hình đã dựng, số đo thật và cách kiểm song song.

1. Trong mô hình tam giác ABC, cần tính AC từ AM, AB, AN. Nêu vị trí M, N và quan hệ song song cần có để dùng $AC = AN \times AB/AM$.

Đáp án / ghi nhận: ABC không suy biến; M nằm trong AB, N nằm trong AC và $MN \parallel BC$. AM > 0. Khi đó $AM/AB = AN/AC$ theo Thalès thuận, nên công thức đúng.

2. Trên một bản vẽ, M trong AB, N trong AC, $MN \parallel BC$. Dữ kiện giả định: AM = 3 cm, AB = 9 cm, AN = 4,2 cm. Tính độ dài AC theo mô hình, nêu rõ đơn vị.

Đáp án / ghi nhận: $AC = 4,2 \times 9/3 = 12,6$ cm trên bản vẽ. Đây là kết quả theo số liệu giả định, chưa là kết quả một lần đo thật.

3. Trong mô hình có M trong AB, N trong AC, bạn đo AM, AB, AN nhưng chưa kiểm $MN \parallel BC$. Vì sao chưa được dùng công thức tính AC? Nêu một cách dựng để bảo đảm giả thiết trên giấy.

Đáp án / ghi nhận: Thiếu giả thiết song song nên chưa có tỉ số Thalès. Dùng thước và ê ke trượt để qua M dựng đường song song BC, lấy N là giao đường đó với AC. Sau khi kiểm M, N đúng vị trí mới đo và tính.

4. Thực hành trên giấy riêng: vẽ tam giác ABC đủ lớn, lấy M trong AB; dùng ê ke qua M kẻ đường song song BC cắt AC tại N. Đo AM, AB, AN, tính AC theo mô hình; cuối cùng đo trực tiếp AC để đối chiếu. Ghi các số đo thật, chênh lệch và phần được trợ giúp. Nếu chưa làm, ghi “chưa thực hiện”.

Đáp án / ghi nhận: Không có một bộ số đo chung. Bài thực hành cần hình tự dựng, ba số đo AM, AB, AN cùng đơn vị, phép tính $AC = AN \times AB/AM$, số đo trực tiếp AC và chênh lệch giữa hai kết quả. Phải kiểm $MN \parallel BC$ và vị trí hai điểm. Nếu chưa thao tác thì ghi “chưa thực hiện”, không lấy số liệu ví dụ làm số đo thật.

Bài 5. Kiểm mô hình và sai số đo đơn giản

Mục tiêu: Kiểm mô hình và sai số đo đơn giản.

Chuẩn bị: Hình trên giấy của bài trước hoặc giấy mới, bút, thước chia milimét và ê ke; bảng ghi hai lần đo. Không tự nhận đã thực hành nếu mới đọc số liệu mẫu.

Ví dụ đã giải: Kết quả đo chỉ gần đúng. Trong mô hình M trong AB, N trong AC, $MN \parallel BC$, nếu AB/AM được thiết kế chính xác bằng 3 thì $AC = 3AN$. Nếu AN nằm từ 2,9 cm đến 3,1 cm, AC nằm từ 8,7 cm đến 9,3 cm. Khoảng này chỉ xét sai số của AN với tỉ số AB/AM đã cố định; khi đường dựng không song song hoặc tỉ số cũng sai, chưa có cơ sở giữ khoảng ấy.

1. Với đúng mô hình Thales, $AB/AM = 3$ chính xác và AN đo được 3 cm, hãy tính AC ước lượng; nếu chỉ ghi số mà không có đơn vị thì còn thiếu gì?

Đáp án / ghi nhận: AC ước lượng bằng 9 cm. Phải ghi cm và cho biết đó là kết quả tính từ số đo gần đúng của AN.

2. Trong mô hình $MN \parallel BC$, M, N trong AB, AC và $AB/AM = 3$ chính xác. Chỉ biết $2,8 \text{ cm} \leq AN \leq 3,2 \text{ cm}$. Tìm khoảng tương ứng của AC.

Đáp án / ghi nhận: Nhân các vế với số dương 3: $8,4 \text{ cm} \leq AC \leq 9,6 \text{ cm}$. Chỉ xét sự biến thiên của AN trong điều kiện tỉ số cố định.

3. Một lần vẽ cho AC tính được 12,4 cm nhưng đo trực tiếp được 12,1 cm. Tính chênh lệch tuyệt đối và nêu hai việc cần kiểm trước khi kết luận định lí sai.

Đáp án / ghi nhận: Chênh lệch tuyệt đối là 0,3 cm. Kiểm đường MN có được dựng song song BC không; kiểm vị trí điểm, cách đọc thước, đơn vị và phép tính. Sai khác của phép dựng hoặc đo không bác bỏ chứng minh Thales.

4. Quay lại hình thực hành của bài trước hoặc tự dựng lại đúng các vị trí và $MN \parallel BC$. Đo AM, AB, AN hai lần độc lập, tính hai giá trị AC và chênh lệch; đối chiếu số đo trực tiếp. Viết giới hạn của kết luận. Nếu chưa đo, ghi “chưa thực hiện”.

Đáp án / ghi nhận: Cần hai bộ số đo thật và hai phép tính, không có đáp số cố định. Ghi chênh lệch giữa hai kết quả và với AC đo trực tiếp. Việc các kết quả gần nhau chỉ kiểm hoạt động này, chưa chứng minh sai số tối đa hoặc độ chính xác cho mọi lần đo. Nếu đường không thực sự song song, không dùng riêng sai số đọc AN để bảo đảm một khoảng kết quả.