

L9-10 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 9. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gợi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy nháp, bút; không cần máy tính ở lượt tự làm đầu.

Cách tổ chức: Đọc mục tiêu và tiền đề; làm lại ví dụ bằng lời của em.

Cách tổ chức: Tự làm bốn nhiệm vụ theo sức học, ghi căn cứ và điều kiện.

Cách tổ chức: Chỉ mở hướng dẫn sau khi đã thử; giữ bài đầu để tìm bước cần sửa.

Bài 1. Lập hệ từ tổng số lượng và tổng giá trị

Mục tiêu: Lập hệ từ tổng số lượng và tổng giá trị.

Ví dụ đã giải: Có 12 cuốn vở giá 8 nghìn hoặc 10 nghìn đồng, tổng 108 nghìn. Gọi x, y là số vở tương ứng: $x+y=12$ và $8x+10y=108$. Giải được $x=y=6$, đều là số nguyên không âm.

1. Một buổi tham quan bán 30 vé: vé người lớn 50 nghìn, vé trẻ em 30 nghìn đồng; thu 1 140 nghìn. Lập hệ, giải và kiểm số vé mỗi loại.

Đáp án / ghi nhận: Gọi x, y là số vé người lớn, trẻ em, x, y nguyên không âm. Hệ $x+y=30, 50x+30y=1140$. Trừ $30(x+y)=900$ được $20x=240$ nên $x=12, y=18$. Kiểm $12 \cdot 50 + 18 \cdot 30 = 1140$.

2. Mua 7 kg gồm gạo loại A giá 20 nghìn/kg và loại B giá 25 nghìn/kg, trả 160 nghìn. Tìm khối lượng mỗi loại; khối lượng không nhất thiết nguyên.

Đáp án / ghi nhận: Gọi x, y (kg) không âm. $x+y=7, 20x+25y=160$. Suy ra $5y=20$ nên $y=4, x=3$. Hai loại lần lượt 3 kg và 4 kg.

Bài 1 (tiếp)

3. Tổng cộng có 18 tờ tiền, chỉ gồm tờ 10 nghìn và 20 nghìn đồng, tổng giá trị 250 nghìn. Hãy chọn đơn vị nghìn đồng và tìm số tờ mỗi loại.

Đáp án / ghi nhận: Gọi x, y là số tờ 10 nghìn, 20 nghìn. $x + y = 18, 10x + 20y = 250$. Suy ra $y = 7, x = 11$; kiểm $110 + 140 = 250$ nghìn.

4. Một bạn dùng $x + y = 20, 15x + 25y = 300$ cho 20 món đồ giá 15 hoặc 25 nghìn đồng. Hệ cho $x = 20, y = 0$. Nếu đề nói có ít nhất một món mỗi loại, mô hình đã có nghiệm thực tế chưa?

Đáp án / ghi nhận: Chưa. Hệ cho $x = 20, y = 0$ nhưng điều kiện có mỗi loại đòi $x \geq 1, y \geq 1$. Do đó không tồn tại cách mua thỏa tất cả dữ kiện; không tự đổi tổng tiền để ép có nghiệm.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Ghi rõ đơn vị của giá và khối lượng; số đồ vật phải nguyên.
- Mỗi phương trình phải diễn đạt một đại lượng tổng khác nhau.

Bài 2. Lập hệ từ bài toán chuyển động

Mục tiêu: Lập hệ từ bài toán chuyển động.

Ví dụ đã giải: Hai xe đi ngược chiều từ hai đầu cách 150 km và gặp sau 1,5 giờ. Nếu vận tốc xe thứ nhất hơn xe thứ hai 10 km/h, đặt $u + v = 100$ và $u - v = 10$, nên $u = 55, v = 45$ km/h.

1. Hai xe đi ngược chiều trên quãng đường 180 km, cùng xuất phát và gặp sau 2 giờ. Vận tốc xe thứ nhất hơn xe thứ hai 10 km/h. Lập hệ và tính vận tốc.

Đáp án / ghi nhận: Gọi $u, v > 0$ (km/h). $2u + 2v = 180$ và $u - v = 10$, nên $u + v = 90$. Cộng hai phương trình được $u = 50, v = 40$ km/h; quãng đường $100 + 80 = 180$ km.

2. Hai bạn xuất phát đồng thời cùng chiều, bạn chậm ở trước 12 km. Sau 3 giờ bạn nhanh đuổi kịp; tổng hai vận tốc là 20 km/h. Tìm vận tốc.

Đáp án / ghi nhận: Gọi $u > v > 0$ là vận tốc nhanh, chậm. $3(u - v) = 12, u + v = 20$. Suy ra $u - v = 4$, do đó $u = 12, v = 8$ km/h. Khoảng cách bù được là $3 \cdot 4 = 12$ km.

3. Một ca nô đi xuôi dòng 24 km trong 2 giờ, ngược dòng 24 km trong 3 giờ. Giả sử vận tốc riêng và dòng chảy không đổi. Lập hệ và tìm chúng.

Đáp án / ghi nhận: Gọi u là vận tốc riêng, v là vận tốc dòng, $u > v \geq 0$. $u + v = 12, u - v = 8$, nên $u = 10, v = 2$ km/h. Thử thời gian: $24/12 = 2$ giờ, $24/8 = 3$ giờ.

Bài 2 (tiếp)

4. Một bạn giải bài gặp nhau bằng $2(u-v)=180$ dù hai xe đi ngược chiều. Chỉ ra sai lầm và sửa phương trình quãng đường.

Đáp án / ghi nhận: Hai quãng đường cộng lại bằng 180 km vì xe đi về phía nhau. Phải có $2u+2v=180$, tức $2(u+v)=180$; hiệu vận tốc dùng trong bài đuổi kịp cùng chiều.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Vẽ sơ đồ vị trí và hướng đi trước khi lập hệ.
- Thời gian trong công thức $s=v \cdot t$ phải dùng cùng đơn vị với vận tốc.

Bài 3. Lập hệ từ năng suất hoặc hỗn hợp đơn giản

Mục tiêu: Lập hệ từ năng suất hoặc hỗn hợp đơn giản.

Ví dụ đã giải: Pha 10 lít gồm dung dịch 10% và 30% để được dung dịch 18%, giả sử thể tích cộng được. Gọi x, y là thể tích: $x+y=10$ và $0,10x+0,30y=1,8$; suy ra $x=6, y=4$ lít.

1. Hai máy cùng chạy 4 giờ làm được 240 sản phẩm. Mỗi giờ máy A làm nhiều hơn máy B 10 sản phẩm, năng suất không đổi. Tính năng suất mỗi máy.

Đáp án / ghi nhận: Gọi $x, y > 0$ (sản phẩm/giờ). $4(x+y)=240, x-y=10$. Suy ra $x+y=60$ nên $x=35, y=25$. Kiểm tổng sau 4 giờ là $4 \cdot 60=240$.

2. Pha 8 lít dung dịch 5% và 15% thành dung dịch 10%, giả sử cùng cách đo nồng độ và thể tích cộng được. Tìm thể tích mỗi loại.

Đáp án / ghi nhận: Gọi $x, y \geq 0$ (lít). $x+y=8, 0,05x+0,15y=0,10 \cdot 8=0,8$. Trừ $0,05(x+y)=0,4$ được $0,10y=0,4$, nên $y=4, x=4$ lít. Đây là mô hình giả định, không phải chỉ dẫn pha hóa chất thật.

3. Xưởng làm 90 chi tiết: nhóm A làm trong 2 giờ, nhóm B làm trong 3 giờ. Năng suất A hơn B 5 chi tiết/giờ và mỗi nhóm làm liên tục đúng thời gian nêu. Lập hệ, giải.

Đáp án / ghi nhận: Gọi x, y là năng suất (chi tiết/giờ), $x > y > 0$. $2x+3y=90, x-y=5$. Thế $x=y+5: 5y+10=90$, nên $y=16, x=21$. Kiểm $42+48=90$.

Bài 3 (tiếp)

4. Muốn pha 5 lít dung dịch 25% chỉ từ hai dung dịch 5% và 15%, theo mô hình thể tích cộng được. Giải hệ để giải thích vì sao không thể.

Đáp án / ghi nhận: $x+y=5$ và $0,05x+0,15y=1,25$. Suy ra $y=10, x=-5$, trái điều kiện không âm. Nồng độ hỗn hợp hai loại này không thể vượt 15% khi dùng thể tích không âm.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Trong mô hình hỗn hợp, phương trình thứ hai bảo toàn lượng chất đang xét.
- Ghi giả định thể tích cộng được; không thực hành với dung dịch thật từ bài toán mô phỏng.

Bài 4. Diễn giải nghiệm hệ theo điều kiện thực tế

Mục tiêu: Diễn giải nghiệm hệ theo điều kiện thực tế.

Ví dụ đã giải: Nếu hai ẩn là số hộp thì điều kiện là số nguyên không âm. Hệ có nghiệm thực nhưng nghiệm phân số hoặc âm có thể không phù hợp ngữ cảnh; điều kiện thực tế là một phần của bài giải.

1. Có 11 vé giá 20 hoặc 30 nghìn đồng, tổng thu 255 nghìn. Giải hệ và kết luận về khả năng tồn tại cách bán này.

Đáp án / ghi nhận: $x+y=11, 20x+30y=255$. Suy ra $10y=35, y=3,5$ và $x=7,5$. Vì số vé phải nguyên, không có cách bán thỏa đủ kiện.

2. Hai số tuổi nguyên có tổng 35 và tuổi người lớn gấp đôi tuổi người nhỏ. Lập hệ và kết luận nếu tuổi được hiểu là số năm nguyên.

Đáp án / ghi nhận: Gọi x, y nguyên dương. $x+y=35, x=2y$ nên $y=35/3$ và $x=70/3$, không nguyên. Không có cặp tuổi theo cách hiểu số năm nguyên; không được làm tròn vì sẽ phá các đẳng thức.

3. Hai đoạn dây dài tổng cộng 10 m; đoạn thứ nhất dài hơn đoạn thứ hai 2,5 m. Tìm độ dài và giải thích vì sao nghiệm thập phân được chấp nhận.

Đáp án / ghi nhận: $x+y=10, x-y=2,5$ nên $x=6,25, y=3,75$ m. Độ dài có thể là số thực dương, nên nghiệm này hợp lệ; kiểm tổng 10 và hiệu 2,5.

4. Một hệ trong bài chia 24 học sinh thành hai nhóm cho nghiệm (26; -2). Có được đổi -2 thành 2 và kết luận không? Nêu cách xử lý đúng.

Đáp án / ghi nhận: Không. Đổi riêng một nghiệm sẽ không còn thỏa hệ, đồng thời tổng thành 28. Phải chỉ ra nghiệm vi phạm điều kiện và kiểm lại mô hình/dữ kiện; nếu mô hình đúng thì bài toán không có phương án thực tế.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Điều kiện nguyên chỉ áp dụng khi đại lượng phải đếm theo đơn vị nguyên.
- Không sửa hoặc làm tròn nghiệm để che một mô hình không phù hợp.

Bài 5. Kiểm mô hình hệ phương trình bằng thế ngược

Mục tiêu: Kiểm mô hình hệ phương trình bằng thế ngược.

Ví dụ đã giải: Kiểm mô hình gồm ba bước: thay nghiệm vào từng phương trình, đối chiếu đơn vị và điều kiện, rồi kiểm trực tiếp câu chuyện. Đúng hệ chưa đủ nếu hệ diễn đạt sai câu chuyện.

1. Bài toán: 14 quyển sách gồm loại 40 nghìn và 60 nghìn, tổng 680 nghìn. Một bạn đề xuất (8;6). Kiểm trực tiếp, rồi tìm cặp đúng nếu cần.

Đáp án / ghi nhận: $8+6=14$ nhưng $40 \cdot 8 + 60 \cdot 6 = 680$, nên cặp đã đúng. Ghi kết luận 8 quyển loại 40 nghìn và 6 quyển loại 60 nghìn; cả hai nguyên không âm.

2. Hai xe gặp nhau sau 1,5 giờ trên quãng đường 135 km; hiệu vận tốc 14 km/h. Nghiệm đề xuất 52 và 38 km/h. Kiểm cả hai điều kiện bằng câu văn.

Đáp án / ghi nhận: $52-38=14$ km/h. Tổng quãng đường sau 1,5 giờ là $1,5 \cdot 52 + 1,5 \cdot 38 = 78 + 57 = 135$ km. Vì vận tốc dương, nghiệm đáp ứng đủ kiện.

3. Có 6 kg gồm loại 18 nghìn/kg và 24 nghìn/kg, tổng 132 nghìn. Một bạn viết $x+y=6, 24x+18y=132$ nhưng lại gọi x là lượng loại 18 nghìn. Sửa ý nghĩa ẩn hoặc sửa hệ, rồi giải đúng.

Đáp án / ghi nhận: Giữ x là lượng loại 18 nghìn thì phương trình tiền là $18x+24y=132$. Từ $18(x+y)=108$ suy ra $6y=24$ nên $y=4, x=2$ kg. Nếu giữ hệ cũ thì phải đổi tên hai ẩn; không được trộn hai cách gọi.

4. Tự viết một bài toán tổng số lượng–tổng giá trị có nghiệm 3 và 5, dùng hai đơn giá khác nhau. Trình bày hệ và kiểm đủ kiện; nhiều đề đúng được chấp nhận.

Đáp án / ghi nhận: Ví dụ: mua 8 bút gồm loại 4 nghìn và 6 nghìn, tổng 42 nghìn. Hệ $x+y=8, 4x+6y=42$ có $x=3, y=5$; kiểm $12+30=42$. Chấp nhận đề khác nếu đơn vị, điều kiện và hai phương trình phù hợp, và nghiệm đề ra được kiểm đúng.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Thế ngược phải kiểm từng phương trình, không chỉ kiểm tổng số lượng.
- Nhiệm vụ tự tạo đề có nhiều đáp án; ví dụ không thay sản phẩm tự viết của em.