L9-19 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 9. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gợi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy nháp, bút; không cần máy tính ở lượt tự làm đầu.

Cách tổ chức: Đọc mục tiêu và tiền đề; làm lại ví dụ bằng lời của em.

Cách tổ chức: Tự làm bốn nhiệm vụ theo sức học, ghi căn cứ và điều kiện.

Cách tổ chức: Chỉ mở hướng dẫn sau khi đã thử; giữ bài đầu để tìm bước cần sửa.

Bài 1. Giải thích tổng hai nghiệm thực của phương trình bậc hai

Mục tiêu: Giải thích tổng hai nghiệm thực của phương trình bậc hai.

Ví dụ đã giải: Với $a\neq0$ và phương trình $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 (tính cả nghiệm kép hai lần), viết $a(x-x_1)(x-x_2)=ax^2-a(x_1+x_2)x+ax_1x_2$. So hệ số x với b suy ra $x_1+x_2=-b/a$. Điều kiện có nghiệm thực cần được xác nhận trước.

1. Phương trình $x^2-7x+10=0$ có hai nghiệm thực. Không giải riêng từng nghiệm, tính tổng theo Viète; sau đó phân tích để kiểm.

Đáp án / ghi nhận: $\Delta=49-40=9\geq0$. Theo Viète, tổng=7. Phân tích $(x-2)(x-5)=0$ cho nghiệm 2 và 5, tổng đúng 7.

2. Với $3x^2+4x-2=0$, kiểm điều kiện nghiệm thực rồi tìm tổng hai nghiệm.

Đáp án / ghi nhận: $a=3\neq0,\Delta=16+24=40>0$. Tổng $x_1+x_2=-4/3$.

3. Giả sử $a\neq0$ và x_1,x_2 là hai nghiệm thực kể cả lặp. Khai triển $a(x-x_1)(x-x_2)$, rồi giải thích dấu trừ trong công thức tổng.

Đáp án / ghi nhận: Tích khai triển thành $ax^2-a(x_1+x_2)x+ax_1x_2$. Hệ số x bằng b, nên $-a(x_1+x_2)=b$; chia $-a\neq0$ được $x_1+x_2=-b/a$. Dấu trừ xuất phát từ hai nhân tử $x-x_1,x-x_2$.

Bài 1 (tiếp)

4. Xét $x^2+6x+9=0$. Nghiệm kép là gì và tổng hai nghiệm tính theo Viète có phải chỉ -3 không?

Đáp án / ghi nhận: $\Delta=0$, nghiệm kép -3. Khi tính cả hai lần, $x_1=x_2=-3$ nên tổng $-6=-b/a$. Không nhầm tổng theo bội với giá trị nghiệm phân biệt.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Nói "hai nghiệm" trong Viète cho phép $x_1=x_2$, nhưng không cho phép phương trình vô nghiệm thực.

Bài 2. Giải thích tích hai nghiệm thực của phương trình bậc hai

Mục tiêu: Giải thích tích hai nghiệm thực của phương trình bậc hai.

Ví dụ đã giải: Trong khai triển $a(x-x_1)(x-x_2)$, hạng tử tự do là ax_1x_2. So với c cho $x_1x_2=c/a$. Cùng với tổng $-b/a$, ta có thể kiểm một cặp nghiệm mà không làm tròn.

1. Với $2x^2-3x-5=0$, xác nhận có nghiệm thực rồi tính tích hai nghiệm.

Đáp án / ghi nhận: $\Delta=9+40=49>0$ nên có hai nghiệm thực. Tích$=c/a=-5/2$; tổng$=3/2$.

2. Phương trình $x^2-5x+6=0$ có một nghiệm 2. Dùng tích để tìm nghiệm còn lại và kiểm.

Đáp án / ghi nhận: $\Delta=1>0$. Tích$=6$, nên nghiệm còn lại $6/2=3$. Kiểm $3^2-5\cdot3+6=0$.

3. Giải thích vì sao nếu một nghiệm bằng 0 thì không được tìm nghiệm còn lại bằng phép chia tích cho 0. Dùng $x^2-4x=0$ làm ví dụ.

Đáp án / ghi nhận: Tích bằng 0 nên phép chia 0/0 không xác định. Dùng tổng bằng 4 hoặc phân tích $x(x-4)=0$ để biết nghiệm còn lại 4.

4. Một cặp số thực có tổng 3 và tích -2. Chứng minh chúng là hai nghiệm của $x^2-3x-2=0$ bằng khai triển, không cần tìm từng số.

Đáp án / ghi nhận: Gọi hai số u,v. $(x-u)(x-v)=x^2-(u+v)x+uv=x^2-3x-2$. Thay $x=u$ hoặc v làm tích bằng 0, nên u,v là nghiệm. Cặp được giả sử là thực nên không có bước căn âm.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Tích âm cho hai nghiệm thực trái dấu; tích dương cần xét thêm tổng để xác định dấu.

Bài 3. Nhẩm nghiệm khi tổng hệ số bằng không

Mục tiêu: Nhẩm nghiệm khi tổng hệ số bằng không.

Ví dụ đã giải: Nếu $a+b+c=0$ với $a\neq0$ thì $x=1$ là nghiệm vì thay vào được 0. Phân tích $ax^2+bx+c=(x-1)(ax-c)$; do đó nghiệm còn lại c/a. Công thức vẫn đúng khi $c/a=1$, lúc đó nghiệm kép.

Bài 3 (tiếp)

1. Nhẩm nghiệm $2x^2-7x+5=0$ bằng tổng hệ số, rồi kiểm bằng tích.

Đáp án / ghi nhận: $2-7+5=0$ nên có nghiệm 1; nghiệm còn lại $c/a=5/2$. Tích $1\cdot 5/2=5/2$, phù hợp Viète.

2. Nhẩm nghiệm $-3x^2+2x+1=0$.

Đáp án / ghi nhận: $-3+2+1=0$ nên $x=1$ hoặc $c/a=-1/3$. Có thể kiểm phân tích $(x-1)(-3x-1)=0$.

3. Vì sao $a+b+c=0$ kéo theo $b=-a-c$ và phân tích $(x-1)(ax-c)$? Hãy khai triển để xác nhận.

Đáp án / ghi nhận: Khai triển được $ax^2-(a+c)x+c$; do $b=-a-c$, đây là ax^2+bx+c. Vì $a\neq 0$, nghiệm là 1 và c/a.

4. Nhẩm nghiệm $4x^2-8x+4=0$ và nêu số nghiệm phân biệt.

Đáp án / ghi nhận: Tổng hệ số 0, nghiệm 1 và $c/a=1$. Hai giá trị trùng nhau nên nghiệm kép $x=1$, chỉ một nghiệm phân biệt.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Kiểm tổng hệ số bằng 0 trước khi dùng quy tắc; không tự gán nghiệm 1 cho mọi phương trình.

Bài 4. Nhẩm nghiệm khi hiệu các hệ số phù hợp

Mục tiêu: Nhẩm nghiệm khi hiệu các hệ số phù hợp.

Ví dụ đã giải: Nếu $a-b+c=0$ với $a\neq 0$ thì $x=-1$ là nghiệm. Khi $b=a+c$, phân tích $ax^2+bx+c=(x+1)(ax+c)$, nên nghiệm còn lại $-c/a$.

1. Nhẩm nghiệm $2x^2+5x+3=0$ bằng điều kiện $a-b+c=0$.

Đáp án / ghi nhận: $2-5+3=0$ nên $x=-1$ hoặc $-c/a=-3/2$.

2. Nhẩm nghiệm $3x^2+x-2=0$ và kiểm nghiệm -1.

Đáp án / ghi nhận: $3-1-2=0$ nên nghiệm -1 và $2/3$. Thay -1: $3-1-2=0$.

3. Giải thích dấu âm trong nghiệm còn lại $-c/a$ bằng tích Viète hoặc khai triển.

Đáp án / ghi nhận: Tích hai nghiệm $=c/a$. Một nghiệm -1 nên $(-1)x_2=c/a$, suy ra $x_2=-c/a$. Cũng có phân tích $(x+1)(ax+c)$ vì $b=a+c$.

Bài 4 (tiếp)

4. Bạn An nhận thấy $1-2+1=0$ cho $x^2-2x+1=0$ rồi chọn nghiệm -1. Hãy phân biệt hai phép kiểm tổng hệ số và $a-b+c$.

Đáp án / ghi nhận: Ở phương trình này $a+b+c=1-2+1=0$ nên nghiệm 1. Nhưng $a-b+c=1-(-2)+1=4\neq 0$, nên không suy ra -1. Thực tế $(x-1)^2=0$.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Dấu của b phải giữ cả khi tính $a-b+c$; b âm thì $-b$ dương.

Bài 5. Kiểm điều kiện nghiệm trước khi dùng Viète

Mục tiêu: Kiểm điều kiện nghiệm trước khi dùng Viète.

Ví dụ đã giải: Viète liên hệ các nghiệm thực đã tồn tại. Với $x^2+1=0$, dù các số hình thức cho tổng 0, tích 1, không có cặp nghiệm thực vì $\Delta=-4<0$. Kiểm tồn tại trước khi nói "hai nghiệm thực".

1. Có được nói $x^2+2x+5=0$ có hai nghiệm thực tổng -2, tích 5 không? Giải thích.

Đáp án / ghi nhận: Không, vì $\Delta=4-20=-16<0$ nên không có hai nghiệm thực. Hai biểu thức $-b/a, c/a$ không tự bảo đảm sự tồn tại.

2. Với $x^2-6x+9=0$, Viète có dùng được không dù chỉ một nghiệm phân biệt? Tính tổng và tích theo bội.

Đáp án / ghi nhận: Có, $\Delta=0$ nên nghiệm kép 3 được ghi $x_1=x_2=3$. Tổng 6, tích 9 đúng Viète.

3. Với $x^2-2mx+1=0$, tìm điều kiện m để có nghiệm thực; chỉ trên miền đó hãy nêu tổng và tích.

Đáp án / ghi nhận: $\Delta=4m^2-4\geq 0$ tương đương $m\leq -1$ hoặc $m\geq 1$. Trên miền này tổng $2m$, tích 1; tại $m=\pm 1$ là nghiệm kép.

4. Một bạn cho phương trình $mx^2-3x+2=0$ luôn có tổng nghiệm $3/m$ và tích $2/m$. Nêu hai điều kiện cần kiểm trước phát biểu đó.

Đáp án / ghi nhận: Cần $m\neq 0$ để là bậc hai và chia cho m; cần $\Delta=9-8m\geq 0$ để có nghiệm thực. Vì thế công thức cho hai nghiệm thực chỉ dùng khi $m\neq 0$ và $m\leq 9/8$.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Phân biệt công thức hệ số với khẳng định có nghiệm thực.