

L9-54 · Đáp án và hướng dẫn tự kiểm

Năm bài do Cùng Học Toán tự biên soạn cho học sinh lớp 9. Chọn bài theo tiền đề, không phải lịch năm ngày bắt buộc.

Tự thử trước khi mở đáp án. Ghi riêng phần đã gọi hoặc làm mẫu; chia nhỏ khi cần. Hoạt động có đồ dùng phải được thực hiện thật mới ghi kết quả.

Chuẩn bị, cách học và lưu ý chung cho năm bài

Chuẩn bị: Giấy, bút, thước; bảng tính trên máy tính hoặc điện thoại nếu có. Không cần đăng nhập hay cung cấp thông tin cá nhân.

Cách tổ chức: Đọc cả đơn vị, phạm vi dữ liệu và quy trình thử; ghi cách tính hoặc cách kiểm, không chỉ ghi kết quả.

Cách tổ chức: Tự làm trước khi mở đáp án. Nếu cần hỗ trợ hoặc chưa thực hiện hoạt động thật, ghi rõ phần đó.

Lưu ý: Đối chiếu lại dữ kiện gốc và ý nghĩa kết quả. Đáp án mở chấp nhận cách khác đúng điều kiện; dữ liệu thực hoặc mô phỏng phải ghi theo quan sát thật.

Bài 1. Xác suất khi chọn một thẻ hoặc một viên bi

Mục tiêu: Xác suất khi chọn một thẻ hoặc một viên bi.

Ví dụ đã giải: Khi rút đều một thẻ trong một bộ thẻ khác nhau, mỗi thẻ là một kết quả đồng khả năng. Nếu quan sát màu, phải đếm số thẻ thuộc màu ấy.

1. Rút đều một thẻ từ các thẻ 1 đến 10. Tính xác suất số trên thẻ chia hết cho 3.

Đáp án / ghi nhận: Thuận lợi{3,6,9}, có 3 trên 10, nên $P=3/10$.

2. Túi có 5 viên đỏ, 3 viên xanh, 2 viên vàng giống nhau về kích thước và khối lượng. Chọn đều một viên. Tính xác suất không đỏ.

Đáp án / ghi nhận: Có $3+2=5$ viên không đỏ trên 10 viên, nên $P=1/2$.

Bài 1 (tiếp)

3. Bộ thẻ gồm 1,2,3,4,5,6; rút đều một thẻ. Tính xác suất số chẵn hoặc lớn hơn 4, giải thích cách tránh đếm lặp.

Đáp án / ghi nhận: Các thẻ thuận lợi {2,4,5,6}, có 4 trên 6, nên $P=2/3$. Số 6 thuộc cả hai điều kiện nhưng chỉ đếm một lần.

4. Một túi có 4 viên đỏ và 2 viên xanh. Muốn thêm các viên xanh để xác suất xanh bằng $1/2$ khi rút đều, cần thêm bao nhiêu viên? Nêu phép kiểm.

Đáp án / ghi nhận: Thêm 2 viên xanh, được 4 đỏ và 4 xanh; xác suất xanh $4/8=1/2$. Không phải thêm 1 vì khi đó $3/7$ chưa bằng $1/2$.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Rút đều là giả thiết lựa chọn từng vật; đồ vật phải được phân biệt trong mô hình kiểm đếm khi cần.

Bài 2. Xác suất với hai đồng xu hoặc hai xúc xắc

Mục tiêu: Xác suất với hai đồng xu hoặc hai xúc xắc.

Ví dụ đã giải: Với hai xu công bằng độc lập có 4 cặp đồng khả năng. Với hai xúc xắc công bằng độc lập được phân biệt có 36 cặp đồng khả năng; dùng số cặp, không dùng số tên tổng.

1. Tung hai xu công bằng độc lập. Tính xác suất có ít nhất một mặt ngửa.

Đáp án / ghi nhận: Thuận lợi SN, NS, NN, có 3 trên 4 nên $P=3/4$.

2. Gieo hai xúc xắc công bằng độc lập. Tính xác suất hai số bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: Sáu cặp (1;1), ..., (6;6) trên 36, nên $P=1/6$.

3. Gieo hai xúc xắc công bằng độc lập. Đếm các cặp có tổng không quá 4 và tính xác suất.

Đáp án / ghi nhận: Tổng 2: (1;1); tổng 3: (1;2), (2;1); tổng 4: (1;3), (2;2), (3;1). Có 6 cặp, $P=6/36=1/6$.

Bài 2 (tiếp)

4. Một bạn nói xác suất hai xu khác mặt bằng $\frac{1}{3}$ vì có ba nhãn hai sấp, khác mặt, hai ngửa. Giải thích bằng không gian mẫu có thứ tự.

Đáp án / ghi nhận: Bốn cặp SS, SN, NS, NN đồng khả năng. Khác mặt gồm SN, NS nên xác suất $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Nhãn khác mặt gộp hai kết quả, trong khi hai nhãn còn lại mỗi nhãn chỉ có một.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Nêu độc lập và công bằng trong mô hình; không suy chúng chỉ từ cách gọi xu hoặc xúc xắc.

Bài 3. Xác suất khi chọn liên tiếp và phân biệt thứ tự

Mục tiêu: Xác suất khi chọn liên tiếp và phân biệt thứ tự.

Ví dụ đã giải: Thứ tự và hoàn lại làm thay đổi không gian mẫu. Ba thẻ 1,2,3 được rút đều hai lần không hoàn lại cho 6 cặp có thứ tự; nếu hoàn lại thì có 9 cặp.

1. Rút đều hai thẻ liên tiếp không hoàn lại từ 1,2,3. Tính xác suất thẻ đầu nhỏ hơn thẻ sau.

Đáp án / ghi nhận: Sáu cặp có thứ tự đồng khả năng; thuận lợi (1;2), (1;3), (2;3), nên $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

2. Rút đều hai lần có hoàn lại từ 1,2,3, các lần độc lập. Tính xác suất hai số bằng nhau.

Đáp án / ghi nhận: Chín cặp đồng khả năng; thuận lợi (1;1), (2;2), (3;3), nên $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

3. Rút đều hai lần không hoàn lại từ 1,2,3,4. Đếm cặp có tổng 5 và tính xác suất, giữ thứ tự.

Đáp án / ghi nhận: Có 12 cặp đồng khả năng. Thuận lợi (1;4), (4;1), (2;3), (3;2), có 4 nên $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Không có cặp lặp cùng thẻ.

4. Bộ thẻ A,B,C được chọn đều hai lần không hoàn lại. Nếu chỉ ghi tập hai thẻ, có những kết quả nào? Vì sao trong trường hợp này ba tập cũng đồng khả năng?

Đáp án / ghi nhận: Có {A,B}, {A,C}, {B,C}. Mỗi tập gộp đúng hai cặp có thứ tự trong sáu cặp đồng khả năng, nên đều có xác suất $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Phải giải thích bằng số cặp, không mặc định mọi phép gộp đều giữ đồng khả năng.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Cùng bộ thẻ nhưng đổi hoàn lại hoặc điều quan sát sẽ đổi mô hình; đọc đủ quy trình.

Bài 4. Dùng phần mềm mô tả phép thử ngẫu nhiên

Mục tiêu: Dùng phần mềm mô tả phép thử ngẫu nhiên.

Ví dụ đã giải: Nếu có bảng tính, $RANDBETWEEN(1;6)$ mô phỏng một số nguyên từ 1 đến 6 theo bộ sinh giả ngẫu nhiên của phần mềm. Mỗi hàng có thể mô tả một lần gieo; số liệu thay đổi khi tính lại nên cần lưu bản giá trị của lần chạy.

1. Thiết kế bảng mô phỏng 20 lần gieo xúc xắc: cần các cột nào để ghi lần thử, kết quả và kiểm miền giá trị?

Đáp án / ghi nhận: Cột A ghi số lần 1–20; cột B ghi số nguyên 1–6. Thêm bảng đếm tần số 1...6; kiểm không thiếu ô, không có số ngoài 1–6, tổng tần số 20. Đây mới là thiết kế nếu chưa chạy.

2. Nếu có bảng tính, nhập $=RANDBETWEEN(1;6)$ vào B2 rồi sao chép 20 hàng. Sao chép và dán giá trị vào vùng riêng để giữ một lần chạy. Ghi tần số số 6 và tỉ lệ thực tế; nếu chưa có máy, ghi chưa thực hiện.

Đáp án / ghi nhận: Kết quả mỗi lần chạy thay đổi; ghi số 6 xuất hiện k lần thì tần số tương đối $k/20$. Không có một dãy mẫu bắt buộc. Phải dùng dữ liệu đã lưu, không ghi kết quả giả định thành kết quả chạy thật.

3. Nếu có phần mềm, mô phỏng hai xúc xắc bằng hai lần gọi hàm ở hai cột cho mỗi hàng; tính tổng ở cột thứ ba. Chạy ít nhất 30 hàng và ghi số hàng có tổng 7. Nếu chưa chạy, chỉ nêu quy trình và dự đoán lý thuyết.

Đáp án / ghi nhận: Dùng $B=RANDBETWEEN(1;6)$, $C=RANDBETWEEN(1;6)$, $D=B+C$ ở từng hàng; đếm $D=7$ trên số hàng đã chạy. Hai cột phải là hai lần gọi, không lấy $C=B$. Lý thuyết $P(\text{tổng } 7)=1/6$; số thực nghiệm có thể khác. Lưu dữ liệu để kiểm.

4. Bạn tạo cột hai xúc xắc bằng $C2=B2$ rồi tính tổng. Vì sao mô phỏng này sai mô hình hai xúc xắc độc lập? Nêu cách sửa.

Đáp án / ghi nhận: Hai cột luôn bằng nhau nên chỉ cho tổng chẵn và không có tổng 7; chúng phụ thuộc hoàn toàn. Sửa $C2$ thành một lần gọi $RANDBETWEEN(1;6)$ riêng, rồi sao chép và kiểm bảng kết quả.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

– Thực hành phần mềm là tuyến có điều kiện thiết bị. Thiết kế trên giấy là chuẩn bị, không thay bước chạy, lưu và đọc dữ liệu thật.

Bài 5. Đối chiếu mô phỏng với xác suất tính bằng kiểm đếm

Mục tiêu: Đối chiếu mô phỏng với xác suất tính bằng kiểm đếm.

Ví dụ đã giải: Tần số tương đối mô phỏng mô tả số lần xảy ra trong dữ liệu đã chạy. Xác suất kiểm đếm tính từ mô hình đồng khả năng; hai con số có thể gần nhau nhưng không bắt buộc bằng nhau trong hữu hạn lần thử.

1. Mô hình xu công bằng có $P(\text{ngửa})=1/2$. Một dữ liệu mô phỏng giả định có 12 lần ngửa trong 20 lần. Tính tần số tương đối và độ chênh so với $1/2$.

Đáp án / ghi nhận: $12/20=0,6=60\%$; chênh 0,1 tức 10 điểm phần trăm so với 50%. Đây là số liệu giả định để luyện đọc, không phải báo cáo chạy thật.

2. Mô hình hai xúc xắc công bằng độc lập cho $P(\text{tổng } 7)=1/6$. Dữ liệu mô phỏng giả định có 18 lần tổng 7 trong 120 lần. Tính tần số tương đối và so sánh.

Đáp án / ghi nhận: $18/120=0,15=15\%$, thấp hơn $1/6 \approx 16,67\%$ khoảng 1,67 điểm phần trăm. Khác nhau không tự chứng minh mô hình sai.

3. Nếu đã chạy mô phỏng ở bài trước, tính tần số tương đối của tổng 7 bằng dữ liệu lưu, đối chiếu với phép đếm $6/36$. Nêu điều có thể kết luận và giới hạn; nếu chưa chạy, ghi đúng trạng thái.

Đáp án / ghi nhận: Báo đúng số lần k trên N lần đã lưu, so k/N với $1/6$. Chỉ mô tả kết quả của lần chạy; không khẳng định xác suất được chứng minh bằng mô phỏng hay tỉ lệ phải bằng $1/6$. Chưa chạy thì ghi chưa có kết quả thực nghiệm.

4. Một bạn chỉ giữ những lần chạy cho tỉ lệ gần $1/6$ rồi báo đó là toàn bộ mô phỏng. Vấn đề gì xảy ra? Đề xuất quy tắc lưu dữ liệu công bằng.

Đáp án / ghi nhận: Chọn lọc kết quả làm báo cáo sai lệch. Quy định trước số lần thử và số lần chạy, lưu mọi kết quả cùng điều kiện; nếu chạy lại để kiểm thì nêu đầy đủ lý do, không loại dữ liệu chỉ vì xa dự đoán.

Lưu ý khi quan sát và hỗ trợ

- Không bảo đảm tần số tương đối gần xác suất sau một số lần thử cố định; tránh chọn lọc kết quả và phân biệt dữ liệu giả định với quan sát thật.